

# **Beobachter zur Abschätzung der Zylinderkolbenkraft beim geregelten hydraulischen Roboter**

Dirk Nissing

Forschungsbericht Nr. 02/2000

**Übersicht:** Dieser Forschungsbericht beschreibt die Abschätzung der Zylinderkolbenkraft eines geregelten hydraulisch betriebenen elastischen Roboters. Die Regelung zur Schwingungsdämpfung geschieht, unter Hinzunahme von Sensoren, nach dem Prinzip des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes. Der Aktuator verhält sich dabei unter Verwendung einer geeigneten Regelung wie ein mechanisches Feder-Dämpfer-Element. Ein Kraftsensor, der die Belastung zwischen elastischem Arm und Hydraulikzylinder misst, ist dabei ein wesentlicher Bestandteil des Regelungskonzeptes. Dieser ist zum einen jedoch kostenintensiv, zum anderen ist er aufwendig zu installieren. Dies führt auf die Anwendung eines Beobachters, dessen Auslegung und Erprobung dieser Bericht beschreibt.

Gerhard-Mercator-Universität - GH Duisburg  
Mess-, Steuer- und Regelungstechnik  
Prof. Dr.-Ing. H. Schwarz

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>II</b>
<b>Formelzeichen und Bezeichnungen</b>	<b>III</b>
<b>1 Einleitende Übersicht</b>	<b>1</b>
<b>2 Beobachtbarkeitsanalyse</b>	<b>3</b>
2.1 Modell .....	3
2.2 Beobachtbarkeit .....	5
<b>3 Linearer Zustandsbeobachter</b>	<b>6</b>
3.1 Zeitkontinuierlicher Beobachter .....	6
3.2 Zeitdiskreter Beobachter .....	7
<b>4 Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>10</b>
4.1 Versuchsträger .....	10
4.2 Schätzung ohne Rückführung in das Regelgesetz .....	12
4.3 Regelung mit Rückführung der Schätzkraft .....	14
<b>5 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>16</b>
<b>6 Literaturverzeichnis</b>	<b>17</b>

# Formelzeichen und Bezeichnungen

## Skalare

$c$	Federsteifigkeit des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes
$c_{\text{Arm}}$	Federsteifigkeit des Ersatzmodells für den elastischen Arm
$d$	Dämpfungskonstante des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes
$d_{\text{Arm}}$	Dämpfungskonstante des Ersatzmodells für den elastischen Arm
$F_{\text{St}}$	von Außen wirkende Störkraft auf den elastischen Arm
$F_{\text{Zyl}}$	(gemessene) Zylinderkolbenkraft
$\hat{F}_{\text{Zyl}}$	geschätzte Zylinderkolbenkraft
$i$	Laufindex
$k$	Diskreter Zeitpunkt
$m_{\text{Arm}}$	Masse des Ersatzmodells für den elastischen Arm
$n$	Ordnung eines Differentialgleichungssystems
$T_{\text{A}}$	Abtastzeit
$t$	Zeit
$u(k)$	Wert eines diskreten Eingangssignals zum Abtastzeitpunkt $kT_{\text{A}}$
$u(t)$	Wert eines zeitkontinuierlichen Eingangssignals zur Zeit $t$
$v_{\text{Zyl}}$	zeitdiskrete Zylinderkolbengeschwindigkeit
$\hat{v}_{\text{Zyl}}$	geschätzte zeitdiskrete Zylinderkolbengeschwindigkeit
$x_1, x_2, x_3$	Substitutionsvariablen
$y(k)$	Wert eines diskreten Ausgangssignals zum Abtastzeitpunkt $kT_{\text{A}}$
$y(t)$	Wert eines zeitkontinuierlichen Ausgangssignals zur Zeit $t$
$y_0$	virtueller Federfußpunkt
$y_{\text{Arm}}$	Position des nachgebildeten elastischen Armes
$y_{\text{Zyl}}$	(gemessene) Zylinderkolbenposition
$\hat{y}_{\text{Zyl}}$	geschätzte Zylinderkolbenposition
$\dot{y}_{\text{Zyl,soll}}$	vom Feder-Dämpfer-Element generierte Sollgeschwindigkeit
$z$	komplexe Variable der $\mathcal{Z}$ -Transformation

## Vektoren und Matrizen

$\mathbf{A}$	Systemmatrix
$\mathbf{A}_{\text{d}}$	äquivalente zeitdiskrete Systemmatrix
$\mathbf{A}_{\text{E}}$	Systemmatrix des Ersatzmodells (Aktuator und elastischer Arm)
$\mathbf{A}_{\text{E,d}}$	äquivalente zeitdiskrete Systemmatrix des Ersatzmodells
$\mathbf{b}$	Eingangsvektor
$\mathbf{b}_{\text{d}}$	äquivalenter zeitdiskreter Eingangsvektor
$\mathbf{b}_{\text{E}}$	Eingangsvektor des Ersatzmodells

$\mathbf{b}_{E,d}$	äquivalenter zeitdiskreter Eingangsvektor des Ersatzmodells
$\mathbf{c}^T$	Ausgangsvektor
$\mathbf{c}_d^T$	äquivalenter zeitdiskreter Ausgangsvektor
$\mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T$	Ausgangsvektoren zur Selektion der jeweiligen Zustände
$\mathbf{c}_E^T$	Ausgangsvektor des Ersatzmodells
$\mathbf{c}_{E,d}^T$	äquivalenter zeitdiskreter Ausgangsvektor des Ersatzmodells
$\mathbf{F}_E$	Systemmatrix des Beobachters
$\mathbf{k}_d$	Verstärkungsvektor beim zeitdiskreten Beobachter
$\mathbf{k}_k$	Verstärkungsvektor beim zeitkontinuierlichen Beobachter
$\mathbf{Q}$	Beobachtbarkeitsmatrix
$\mathbf{x}(k)$	zeitdiskreter Zustandsvektor
$\mathbf{x}(t)$	zeitkontinuierlicher Zustandsvektor
$\hat{\mathbf{x}}$	geschätzter Zustandsvektor
$\mathbf{x}_0$	Anfangszustand

### Operatoren und sonstige Zeichen

$\dot{(*)}$	erste Ableitung nach der Zeit $t$
$(*)^T$	transponierte der Matrix $(*)$
$\det(*)$	Determinante der Matrix $(*)$
$\text{Rang}(*)$	Rang der Matrix $(*)$

### Abkürzungen

ADU	Analog/Digital-Umsetzer
ALS	Analytisches System mit linear eingehender Steuerung
BLS	Bilineares System
DAU	Digital/Analog-Umsetzer
DSP	digitaler Signalprozessor
LS	lineares System
QLS	Quadratisches System mit linear eingehender Steuerung

# 1 Einleitende Übersicht

Konventionelle Industrieroboter sind zur Verbesserung der Positioniergenauigkeit sehr steif konstruiert und damit überdimensioniert. Für die Modellbildung und Regelung bedeutet dies aber eine Vereinfachung gegenüber Robotern mit elastischen Armsegmenten, da keine elastischen Freiheitsgrade existieren (Sciavicco und Siciliano 1996). Grenzen der herkömmlichen Bauart zeigen sich immer dann, wenn extreme Leistungen bei Spezialanwendungen gefordert sind, wie z. B. große Reichweiten bei Großhandhabungssystemen oder hohe Gewichte bei Schwerlasthandhabungssystemen. In diesen Fällen treten in den belasteten Bauteilen des Roboters elastische Verformungen auf, die nicht mehr vernachlässigt werden können, da sie zu einer ausgeprägten Schwingungsneigung des Systems führen. Eine entsprechend hohe Biegesteifigkeit, die eine Betrachtung der Armsegmente als Starrkörper rechtfertigen würde, ist aufgrund der hierfür notwendigen Querschnitte nicht mehr realisierbar.

Zum Themenbereich der Schwingungsdämpfung gibt es eine Vielzahl von internationalen Forschungsergebnissen. Dabei unterscheidet man die passive und aktive Schwingungsdämpfung. Eine Möglichkeit der passiven Schwingungsdämpfung ist die Erhöhung der inneren Dämpfung durch geeignete Armmaterialien oder einer zusätzlichen Beschichtung (Alberts u.a. 1992). Eine weitere passive Strategie besteht in der Verwendung von mechanischen Schwingungstilgern, die vielfach zur Tilgung oder Dämpfung von Maschinenschwingungen eingesetzt werden. In (Canudas de Wit u.a. 1996) findet sich ein theoretisches Beispiel für eine aktive Schwingungsdämpfung über die vorhandenen Aktuatoren, basierend auf einem allgemeinen linearisierten Modell und einer entsprechenden Rückführung der elastischen Deformation mit Polvorgabe. Eine andere Idee zur aktiven Schwingungsdämpfung ist die Verwendung zusätzlicher Aktuatoren in Form von piezoelektrischen Elementen, die direkt als räumlich verteilte Aktuatoren an den elastischen Armsegmenten angebracht werden (z.B. Sadri u.a. 1996). Aktive Regelungsstrategien auf der Basis der *inversen Dynamik* bzw. *exakten Linearisierung* oder auch *Computed Torque Control* scheitern in der Praxis an der Voraussetzung exakter Modelle (Slotine und Li 1991). In diesem Forschungsbericht findet das Prinzip des *virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes* Anwendung (Bernzen 1999, Nissing u.a. 1999). Die Strategie besteht darin, dem hydraulischen Aktuator, unter Einsatz einer Regelung, das Ein-/Ausgangsverhalten eines Feder-Dämpfer-Elementes aufzuprägen.

Das Konzept zeichnet sich durch seine Robustheit aus und da es dem System nur Energie entzieht, ist es auch immer stabil. Es erfordert jedoch einen Mehraufwand an Sensorik: Dazu gehört ein hochauflösendes Wegmesssystem, so dass aus diesem Signal das Geschwindigkeitssignal durch numerische Differenzenbildung gewonnen werden kann und ein Kraftsensor zur Bestimmung der Zylinderkolbenkraft (Koppelkraft zwischen Arm und Zylinder). Insbesondere der Kraftaufnehmer ist kostenintensiv und erfordert zudem einen hohen konstruktiven Aufwand, so dass im allgemeinen eine Nachrüstung vorhandener Antriebe mit einem solchen Sensor nicht praktikabel ist. Eine Alternative stellt die Kraftschätzung über die Öl drücke in den Zylinderkammern dar (Deckers u.a. 2000). Die-

ses Signal eilt jedoch dem tatsächlichen Wert nach und berücksichtigt nicht den Reib- und Beschleunigungskraftanteil, so dass sich bei kleinen Geschwindigkeiten und/oder hohen Beschleunigungen bzw. großen beschleunigten Massen eine Beeinträchtigung der Regelgüte ergibt. Eine Erweiterung des Modells um die Reibkraft ist sehr aufwendig und führt auch nicht zwangsläufig zu wesentlich besseren Ergebnissen (Polzer und Nissing 1999). Dieser Forschungsbericht beschäftigt sich mit der Auslegung eines linearen Zustandsbeobachters, mit dem man die Zylinderkolbenkraft bestimmen kann. Im Gegensatz zu bisherigen Schätzern, fließt dabei das Modell des Aktuators und des Arms in den Beobachterentwurf mit ein.

Grundlage des Beobachters ist das Systemmodell, welches im Abschnitt 2 beschrieben ist. Das Modell für den schwingungsgedämpften Arm setzt sich aus den beiden Komponenten Aktuator – der als Feder-Dämpfer-Element geregelt ist – und Arm zusammen. Der Arm ist als Masse-Feder-Dämpfer-Element angenommen, so dass das System durch ein lineares Modell beschrieben wird. Die Untersuchung zur Beobachtbarkeit überprüft, ob aus den Ausgangssignalen auf den Systemzustand geschlossen werden kann. Die Auslegung des linearen Zustandsbeobachters erfolgt in Abschnitt 3. Insbesondere wird auf der Grundlage des zeitkontinuierlichen Beobachters ein zeitdiskreter Beobachter entworfen, der dann auch an einem realen Prüfstand zum Einsatz kommt. Abschließende experimentelle Ergebnisse zeigen die Einsetzbarkeit und Anwendungsgebiete eines solchen Beobachters. Ein weiterer Abschnitt liefert eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse zur Zylinderkolbenkraftabschätzung sowie einen Ausblick auf Verbesserungen und zukünftige Arbeiten.

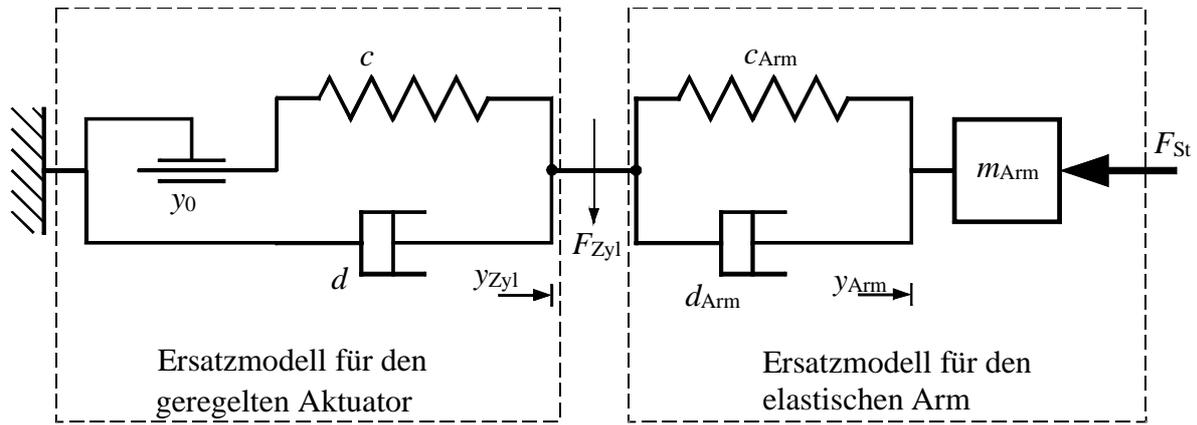
## 2 Beobachtbarkeitsanalyse

Um einen Beobachter auslegen zu können, ist ein Systemmodell notwendig. Im einfachsten Fall beschreiben gewöhnliche lineare Differentialgleichungen das System. Ist das beschreibende Differentialgleichungssystem nichtlinear, führt eine Linearisierung um einen Arbeitspunkt mittels Taylor-Reihen-Entwicklung wiederum auf ein lineares System führen. Ist diese Beschreibung nicht ausreichend – dies liegt insbesondere dann vor, wenn nichtlineare Systeme über einen großen Arbeitsraum beschrieben werden müssen – so führen meist nichtlineare Approximationen zum Ziel. Die oft genutzten Näherungen bekannter Struktur sind die bilinearen Systeme (BLS) und die quadratischen Systeme mit linearer Steuerung (QLS), die die einfachsten nichtlinearen Unterklassen bilden (Schwarz 1999).

Ein typisches Beispiel, bei dem ein linearer Modellansatz nicht ausreichend ist, sind hydraulisch betriebene Differentialzylinder (Jelali 1997). Mit dem Regelungskonzept des sogenannten *virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes* verhält sich der Zylinder wie ein solches mechanisches Element. Unter Verwendung der Regelung, die insbesondere die Schwingung im Arm dämpft, kann dieser geregelte Zylinder als ein lineares System beschrieben werden. Das zweite Teilmodell bildet der elastische Arm. Aber auch hier kann eine lineare Systembeschreibung ausreichend sein (Nissing und Polzer 2000, Haarhoff 1999). Das genaue Systemmodell zeigt der Abschnitt 2.1. Darauf aufbauend findet in Abschnitt 2.2 eine Untersuchung der Beobachtbarkeit statt. Diese gibt Auskunft darüber, ob aus den Ein- und Ausgangssignalen auf die Systemzustände geschlossen werden kann.

### 2.1 Modell

Das Modell für den schwingungsgedämpften Arm setzt sich aus den beiden Komponenten Aktuator und Arm zusammen, wie dies die Prinzipskizze in Bild 2.1 zeigt. Dabei stellt der Aktuator ein Feder-Dämpfer-Element mit den Parametern Federsteifigkeit  $c$  und Dämpfung  $d$  dar, welcher als ein solches geregelt ist. Ausführungen zur Realisierung des Regelungskonzeptes sind u.a. bei Bernzen (1999) und Nissing u.a. (1999) gezeigt. Der Arm ist in einem ersten Ansatz als Masse-Feder-Dämpfer-Element, mit den Ersatzparametern Federsteifigkeit  $c_{\text{Arm}}$ , Masse  $m_{\text{Arm}}$  und Dämpfung  $d_{\text{Arm}}$ , angenommen. Dieser Ansatz für den elastischen Arm enthält keinen physikalischen Zusammenhang und hat daher einen Black-Box-Charakter. Vielmehr bildet dieses Ersatzmodell das Schwingungsverhalten für die erste Eigenbewegung nach. In der Praxis erfolgt eine Ermittlung der Ersatzparameter des Armes über einen Identifikationsprozess (Nissing und Polzer 2000). Die Ersatzparameter sind dabei lediglich für eine Armkonfiguration gültig. Lösungsansätze zur Betrachtung des gesamten Arbeitsbereiches stellen Online-Identifikationen bzw. „Look-up-tables“ für die Armparameter in Abhängigkeit der Armkonfiguration dar. Es sei jedoch an dieser Stelle bemerkt, dass die Starrkörperbewegung in diesem Modell vernachlässigt ist; bei kleinem Gewicht des Balkens gegenüber der Endmasse ist diese Betrachtung gerechtfertigt.



**Bild 2.1:** Ersatzmodell für den elastischen Arm und geregelten Aktuator

Das Zustandsmodell dieses Ersatzmodells mit dem Eingang  $u(t) = y_0(t)$  (Federfußpunktverschiebung) und dem Ausgang  $y(t) = y_{Zyl}(t)$  lautet nach (Nissing 1999):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_E \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}_E u(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}_E^T \mathbf{x}(t) \quad ; \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_0(t_0), \end{aligned} \quad (2.1)$$

mit dem Zustandsvektor dritter Ordnung ( $n = 3$ )

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{Zyl}(t) \\ y_{Arm}(t) \\ \dot{y}_{Arm}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

der Zustandsmatrix

$$\mathbf{A}_E = \begin{bmatrix} -\frac{c + c_{Arm}}{d + d_{Arm}} & \frac{c_{Arm}}{d + d_{Arm}} & \frac{d_{Arm}}{d + d_{Arm}} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_{Arm} d - c d_{Arm}}{m_{Arm} (d + d_{Arm})} & -\frac{c_{Arm} d}{m_{Arm} (d + d_{Arm})} & -\frac{d d_{Arm}}{m_{Arm} (d + d_{Arm})} \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

dem Eingangsvektor

$$\mathbf{b}_E = \begin{bmatrix} \frac{c}{d + d_{Arm}} \\ 0 \\ \frac{c d_{Arm}}{m_{Arm} (d + d_{Arm})} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

und dem Ausgangsvektor

$$\mathbf{c}_E^T = [1 \quad 0 \quad 0]. \quad (2.5)$$

## 2.2 Beobachtbarkeit

Zur Beobachterausslegung ist die Analyse zur Beobachtbarkeit des Systems unabdingbar. Diese Eigenschaft gibt an, ob aus den Ein- und Ausgangssignalen auf die Systemzustände geschlossen werden kann. Gemäß Kalman u. a. (1969) versteht man darunter:

**Definition 2.1** (Schwarz 1999)

Ein System

$$\sum_{\text{LS}}: \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b} u(t); & \mathbf{x}_0 &= \mathbf{x}(t_0) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) & \mathbf{x} &\in \mathbf{R}^n \end{aligned} \quad (2.6)$$

mit bekannter Realisierung  $\sum_{\text{LS}} = \{\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^T\}$  heißt vollständig beobachtbar, wenn aus der Kenntnis von  $u(t)$  und  $y(t)$  in einem Intervall  $t \in [t_0, t_1]$  der Anfangszustand  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$  eindeutig bestimmt werden kann.  $\square$

Daraus leitet sich das Beobachtbarkeitskriterium ab:

**Satz 2.1** (Kalman u. a., 1969)

Ein zeitinvariantes System der Ordnung  $n$  ist genau dann vollständig beobachtbar, wenn für die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}(\mathbf{c}^T, \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

gilt

$$\text{Rang } \mathbf{Q} = n. \quad (2.8)$$

$\square$

Ist das Systems (2.1) vollständig beobachtbar, so gilt:

$$\text{Rang } \mathbf{Q}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_E^T \\ \mathbf{c}_E^T \mathbf{A}_E \\ \mathbf{c}_E^T \mathbf{A}_E^2 \end{bmatrix} = 3, \quad (2.9)$$

was zu der Bedingung führt, dass  $\mathbf{Q}_E$  regulär ist. Es folgt

$$\det \mathbf{Q}_E \neq 0 \Rightarrow \frac{c_{\text{Arm}}^2}{(d + d_{\text{Arm}})^2} \neq 0 \Rightarrow c_{\text{Arm}} \neq 0. \quad (2.10)$$

Da es sich zwar um ein identifiziertes Ersatzmodell handelt, dieses aber die Physik widerspiegelt, ist der Parameter  $c_{\text{Arm}}$  stets positiv. Damit ist das Gesamtsystem (2.1) vollständig beobachtbar, so dass ein Beobachter ausgelegt werden kann.

### 3 Linearer Zustandsbeobachter

Lösungen für das Zustandsbeobachtungs- bzw. Schätzproblem für lineare Systeme sind seit Anfang der 60er Jahre bekannt. Die wesentlichen Grundlagen des hier verwendeten Luenberger-Beobachters sind in Abschnitt 3.1 noch einmal zusammengefasst. Zur Ermittlung der Zylinderkolbenkraft muss dieser Ansatz jedoch erweitert werden, was ebenfalls Bestandteil dieses Unterabschnittes ist. Wey (1998) und Nijmeijer und Fossen (1999) zeigen zwar nichtlineare Beobachterkonzepte für Hydraulikzylinder, diese gelten aber für den Fall, dass keine Gegen/Störkraft auf den Zylinder wirkt. Der Einsatz von Digitalrechnern führt zu einem Übergang von zeitkontinuierlichen zu zeitdiskreten Systemen, welche in Abschnitt 3.2 näher beschrieben sind. Abschließend zeigen experimentelle Ergebnisse an einem hydraulisch angetriebenen elastischen Roboter die Güte des Beobachters für die Zylinderkolbenkraft.

#### 3.1 Zeitkontinuierlicher Beobachter

Ein erster Ansatz eines Beobachters stellt der Identitätsbeobachter nach Luenberger (1964), gemäß dem in Bild 3.1 gezeigten Blockschaltbild dar. Dabei erfolgt für den als Feder-Dämpfer-Element geregelten Zylinder die Messung der Position  $y_{\text{Zyl}}(t)$ . Die Differenz zur geschätzten Position  $\hat{y}_{\text{Zyl}}(t)$  wird über einen Verstärkungsvektor  $\mathbf{k}_k$  derart zurückgeführt, dass eine Schätzung für die Ableitung des Zustandsvektors

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_E \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b}_E y_0(t) + \mathbf{k}_k [y_{\text{Zyl}}(t) - \hat{y}_{\text{Zyl}}(t)] \quad \text{mit} \quad \hat{y}_{\text{Zyl}}(t) = \mathbf{c}_E^T \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (3.1)$$

entsteht. Über eine Integration lässt sich der Zustandsvektor  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  berechnen. Der Verstärkungsfaktor  $\mathbf{k}_k$  ist dabei so zu wählen, dass für die neue Systemmatrix

$$\mathbf{F}_E = \mathbf{A}_E - \mathbf{k}_k \mathbf{c}_E^T \quad (3.2)$$

gilt

$$\text{Re}\{\lambda_i(\mathbf{F}_E)\} < 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n = 3. \quad (3.3)$$

Die Zylinderkolbenkraft  $F_{\text{Zyl}}(t)$  berechnet sich allgemein aus der Funktion

$$F_{\text{Zyl}}(t) = d_{\text{Arm}} [\dot{y}_{\text{Arm}}(t) - \dot{y}_{\text{Zyl}}(t)] + c_{\text{Arm}} [y_{\text{Arm}}(t) - y_{\text{Zyl}}(t)] \quad , \quad (3.4)$$

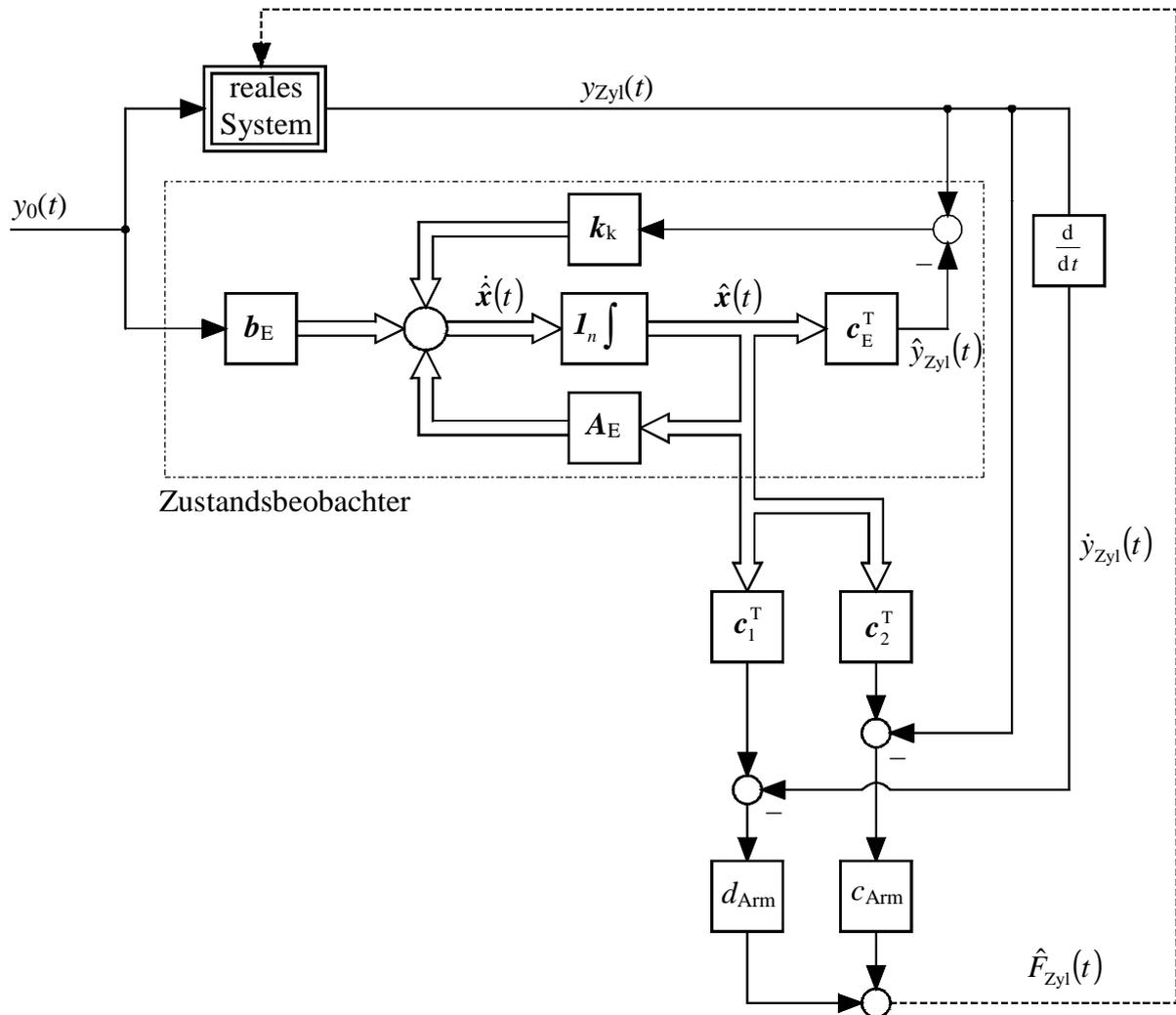
welche sich durch das Kräftegleichgewicht bei einem Freischnitt ergibt. Die geschätzte Kraft ergibt sich dann aus den geschätzten Armpositionen und –geschwindigkeiten sowie aus der gemessenen Zylinderkolbenposition und –geschwindigkeit

$$\hat{F}_{\text{Zyl}}(t) = d_{\text{Arm}} [\dot{\hat{y}}_{\text{Arm}}(t) - \dot{y}_{\text{Zyl}}(t)] + c_{\text{Arm}} [\hat{y}_{\text{Arm}}(t) - y_{\text{Zyl}}(t)] \quad . \quad (3.5)$$

Dabei bestimmen sich die geschätzten Armfunktionen aus dem beobachteten Zustandsvektor mit

$$\dot{\hat{y}}_{\text{Arm}}(t) = \mathbf{c}_1^T \hat{\mathbf{x}}(t) \quad ; \quad \mathbf{c}_1^T = [0 \quad 0 \quad 1] \text{ und} \quad (3.6)$$

$$\hat{y}_{\text{Arm}}(t) = \mathbf{c}_2^T \hat{\mathbf{x}}(t) \quad ; \quad \mathbf{c}_2^T = [0 \quad 1 \quad 0]. \quad (3.7)$$



**Bild 3.1:** Kontinuierlicher Beobachter für die Zylinderkolbenkraft

### 3.2 Zeitdiskreter Beobachter

Zur Implementierung des Beobachters an einer realen Anlage, die durch einen Digitalrechner angesteuert ist, erfolgt der Übergang zu einem zeitdiskreten Beobachter, da die Signale nur zu diskreten Zeitpunkten übertragen werden (Ogata 1987), d. h. die Eingangs-, Ausgangs- und Zustandsvariablen sind diskrete Zahlenfolgen. Unter Vernachlässigung der Quantisierungseffekte des A/D-Umsetzers (ADU) bzw. DAU – diese Annahme ist zulässig für Umsetzer mit einer Auflösung  $< 1\% = 7$  bit (Schwarz 1996) – ist im folgenden die Theorie zeitdiskreter Systeme durch ideale Abtaster alleine dargestellt.

In Analogie zu zeitkontinuierlichen Systemen ist die allgemeine Form des zeitdiskreten Zustandsmodells zum Zeitpunkt  $k$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{b}_d u(k) \quad ; \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0) \\ y(k) &= \mathbf{c}_d^T \mathbf{x}(k) \quad ; \quad \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \quad ; \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.8)$$

Zur Beobachterausslegung wird daher dem kontinuierlichen System aus Gl.(2.6) ein äquivalentes zeitdiskretes System zugeordnet. Mit der Kenntnis der Abtastzeit  $T_A$  lassen sich die Systemmatrizen, Eingangs- und Ausgangsvektoren wie folgt berechnen:

$$\mathbf{A}_d = e^{AT_A}, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{b}_d = \int_0^{T_A} e^{A\tau} d\tau \mathbf{b} \quad \text{und} \quad (3.10)$$

$$\mathbf{c}_d^T = \mathbf{c}^T. \quad (3.11)$$

Mit einem Rückführvektor für den zeitdiskreten Beobachter  $\mathbf{k}_d$ , ergibt sich das Beobachtergesetz für die Zylinderkolbenkraft gemäß Gl.(3.1) zu

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_{E,d} \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{b}_{E,d} y_0(k) + \mathbf{k}_d [y_{Zyl}(k) - \hat{y}_{Zyl}(k)] \quad \text{mit} \quad (3.12)$$

$$\hat{y}_{Zyl}(t) = \mathbf{c}_{E,d}^T \hat{\mathbf{x}}(k).$$

Mit dem Halteglied erster Ordnung lässt sich dann der Zustand

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{I}_n z^{-1} \hat{\mathbf{x}}(k+1) \quad (3.13)$$

berechnen. Die Struktur des Beobachters ist in Bild 3.2 wiedergegeben.

Analog zum kontinuierlichen Fall der Gl.(3.5), berechnet sich die geschätzte Zylinderkolbenkraft aus

$$\hat{F}_{Zyl}(k) = d_{Arm} [\hat{v}_{Arm}(k) - v_{Zyl}(k)] + c_{Arm} [\hat{y}_{Arm}(k) - y_{Zyl}(k)] \quad (3.14)$$

mit den geschätzten Armfunktionen aus dem beobachteten Zustandsvektor entsprechend der Gleichungen (3.6) und (3.7)

$$\hat{v}_{Arm}(k) = \mathbf{c}_1^T \hat{\mathbf{x}}(k) \quad ; \quad \mathbf{c}_1^T = [0 \quad 0 \quad 1] \quad \text{und} \quad (3.15)$$

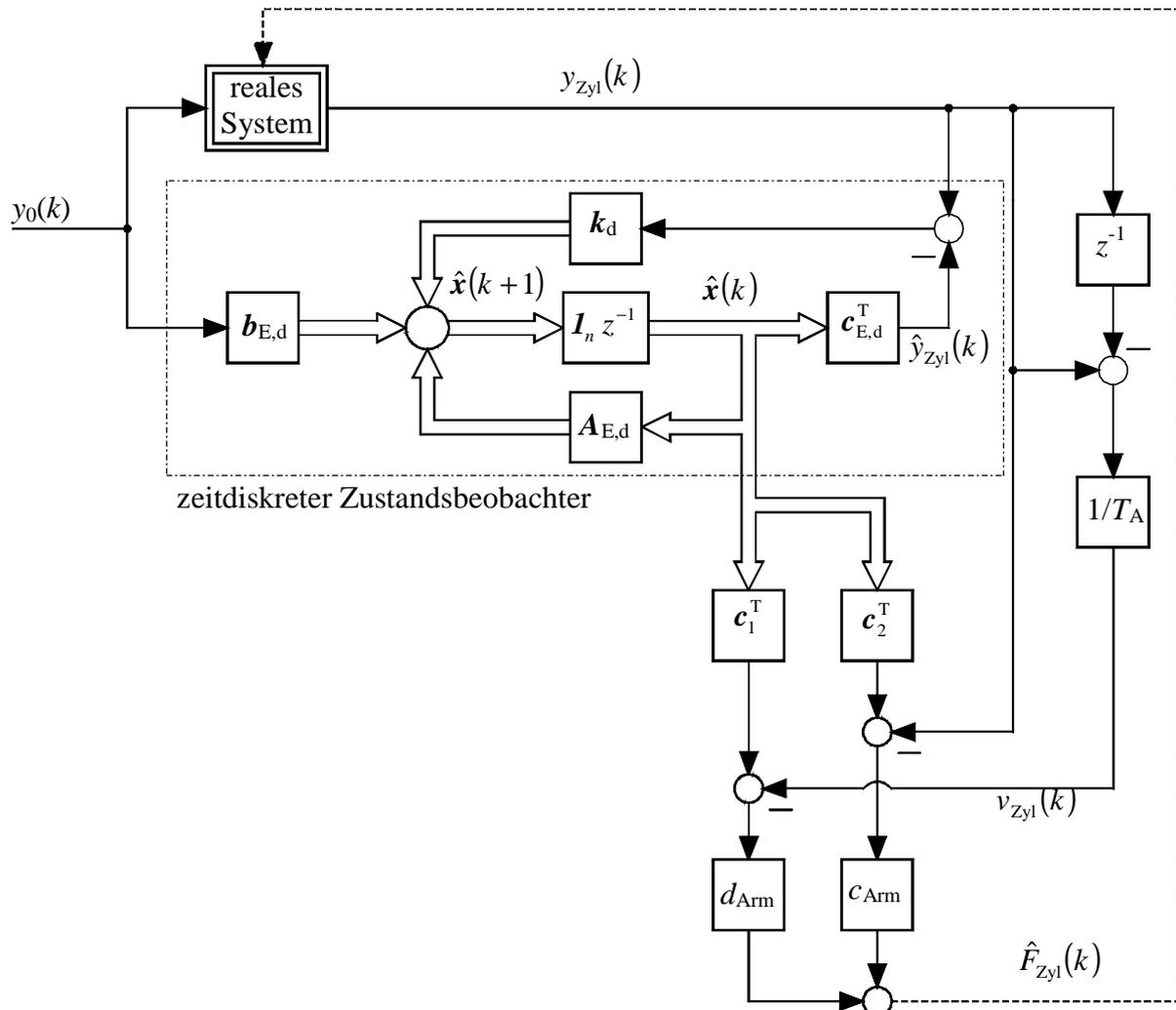
$$\hat{y}_{Arm}(k) = \mathbf{c}_2^T \hat{\mathbf{x}}(k) \quad ; \quad \mathbf{c}_2^T = [0 \quad 1 \quad 0]. \quad (3.16)$$

Die diskrete Zylinderkolbengeschwindigkeit  $v_{Zyl}(k)$  bestimmt sich aus der numerischen Differenzenbildung

$$v_{Zyl}(k) = \frac{y_{Zyl}(k) - y_{Zyl}(k-1)}{T_A}. \quad (3.17)$$

Unter der Verwendung des Haltegliedes bestimmt sich das um einen Abtastschritt  $T_A$  verzögerte Positionssignal zu

$$y_{\text{Zyl}}(k-1) = z^{-1} y_{\text{Zyl}}(k). \quad (3.18)$$



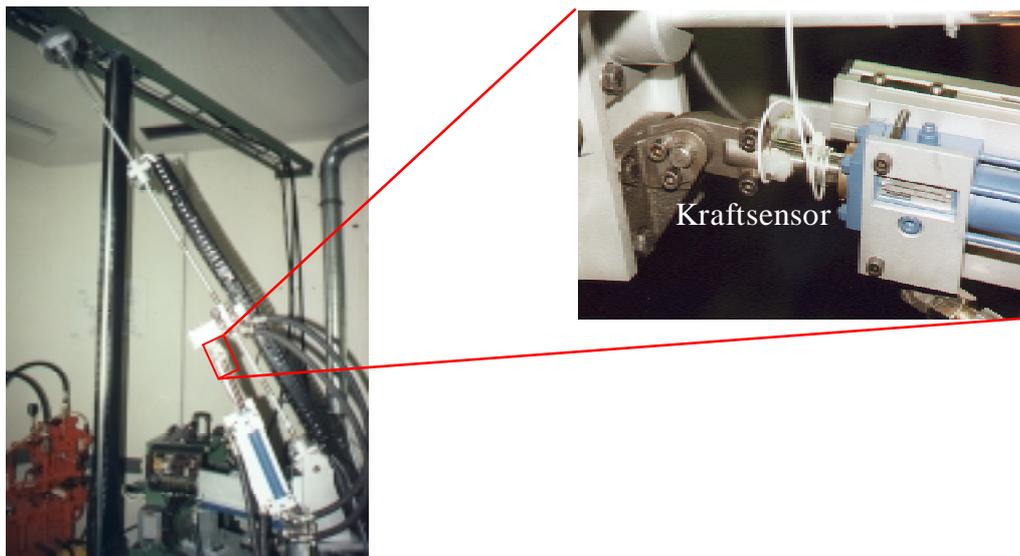
**Bild 3.2:** Diskreter Beobachter für die Zylinderkolbenkraft

## 4 Experimentelle Ergebnisse

Nach der Darstellung des Beobachters erfolgt in diesem Abschnitt die Erprobung am Prüfstand. Abschnitt 4.1 beinhaltet eine kurze Beschreibung des Aufbaus des elastischen Handhabungssystems. Anhand dieses Versuchsträgers stellt der weitere Abschnitt die Ergebnisse der gemessenen und geschätzten Zylinderkolbenkraft gegenüber. Dabei wird die geschätzte Kraft dem Regelgesetz nicht zugeführt, vielmehr bildet die gemessene Kraft die Grundlage zur Realisierung des Aktuators als ein lineares Feder-Dämpfer-Element. Die experimentellen Ergebnisse bei zurückgeführter Schätzkraft zeigt der Abschnitt 4.3.

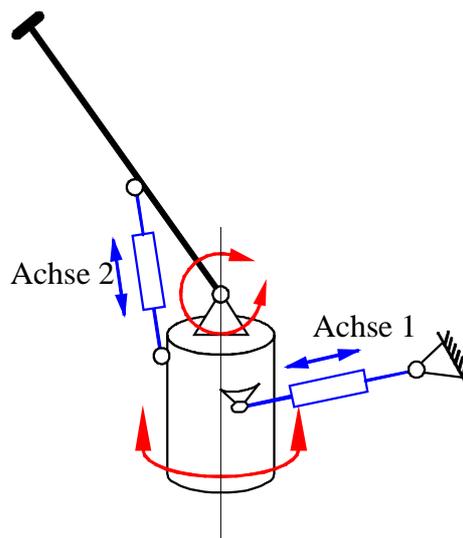
### 4.1 Versuchsträger

Die Implementierung des Beobachtergesetzes erfolgt für den hydraulisch angetriebenen elastischen Roboter HYROB, der für Forschungszwecke im Labor des Fachgebietes Mess-, Steuer- und Regelungstechnik an der Universität Duisburg zur Verfügung steht (Bild 4.1). Er zeichnet sich durch den aus Federstahl hergestellten elastischen Arm aus. Weitere Merkmale sind die über Servoventile angesteuerten hydraulischen Differentialzylinder, die ein sehr schnelles Bewegen des Roboters erlauben. Als Messtechnik stehen Kraftsensoren zur Verfügung, die die Axialbelastung in dem Zylinderkolben bestimmen. Diese Messgröße soll im folgenden durch einen Beobachter geschätzt werden. Die Ausschnittvergrößerung aus Bild 4.1 zeigt den eingebauten Kraftsensor. Als weitere Messgröße steht die über inkrementale Wegmesssysteme bestimmte Zylinderkolbenposition  $y_{Zyl}$  zur Verfügung. Das inkrementale Wegmesssystem bietet den Vorteil, dass gemäß Gl.(3.17) und Gl.(3.18), die Berechnung der Zylinderkolbengeschwindigkeit  $v_{Zyl}$  mittels numerischer Differenzenbildung möglich ist. Die Messung der Drücke in den Zylinderkammern dienen zur Regelung des Zylinders als Feder-Dämpfer-Element (Nissing u.a. 1999).



**Bild 4.1:** Hydraulisch angetriebener elastischer Roboter mit Kraftsensor

Die Regelung und Zustandsbeobachtung erfolgt für die Vertikalachse (Achse 1), wie es der schematischen Ansicht aus Bild 4.2 zu entnehmen ist. Der Arm nimmt dabei die konstante horizontale Position ein, so dass konstante Ersatzparameter für den Arm folgen. Mittels der Parameteridentifikation aus Nissing (2000) folgen für diese Kenngrößen  $c_{\text{Arm}} = 54350 \text{ Nm}^{-1}$ ,  $d_{\text{Arm}} = 278,4 \text{ Nsm}^{-1}$  und  $m_{\text{Arm}} = 686,2 \text{ kg}$ . Die sich für das Feder-Dämpfer-Element (Antrieb) ergebenden Parameter für schnellstmögliches Übertragungsverhalten und geringer Schwingungsneigung des Armes lauten dabei  $c = 10950 \text{ Nm}^{-1}$  und  $d = 4725 \text{ Nsm}^{-1}$  (Nissing 2000).



**Bild 4.2:** Schematische Ansicht des elastischen Roboters

Der Roboter ist mit einer – für Forschungszwecke geeigneten – Steuerungshardware gekoppelt. Mit ihrer Hilfe werden die messtechnisch erfassten analogen Signale unter Einsatz von A/D-Umsetzern in digitale Signale umgewandelt, bzw. die aus dem digitalen Regler berechnete Stellgröße für das Servoventil mit einem D/A-Wandler in ein analoges Signal umgewandelt. Eine Auswerteelektronik für die inkrementalen Positionsgeber ist ebenfalls integriert. Die Regler- und Beobachterprogrammierung erfolgt mit dem Computerprogramm MATLAB/SIMULINK<sup>TM</sup>. Die erstellte Programmierung wird anschließend in einen Maschinencode übersetzt und direkt von einem digitalen Signalprozessor (DSP) verarbeitet.

Die Programmierung des diskreten Zustandsbeobachters erfolgt gemäß der Struktur aus Bild 3.2 und den Gleichungen (3.8)-(3.14), mit dem Eingang Federfußpunkt  $y_0$  sowie der gemessenen Zylinderkolbenposition  $y_{\text{Zyl}}$  und der daraus berechneten Zylinderkolbengeschwindigkeit  $v_{\text{Zyl}}$ . Die geschätzte Zylinderkolbenkraft  $\hat{F}_{\text{Zyl}}$  bildet den Ausgang des Beobachters. Durch die Rückführung der geschätzten Zylinderkolbenkraft in das Regelungsgesetz, kann die Elimination des Sensors erfolgen. Eine andere Strategie kann die Fehleranalyse sein. Dabei lässt der Fehler zwischen gemessener und geschätzter Kraft eine Aussage zu, ob ein Ausfall des Sensors vorliegt. Die beobachteten Zustände der Arm-Position  $\hat{y}_{\text{Arm}}$  und -Geschwindigkeit  $\dot{\hat{y}}_{\text{Arm}}$  bilden die Grundlage für die Berechnung der

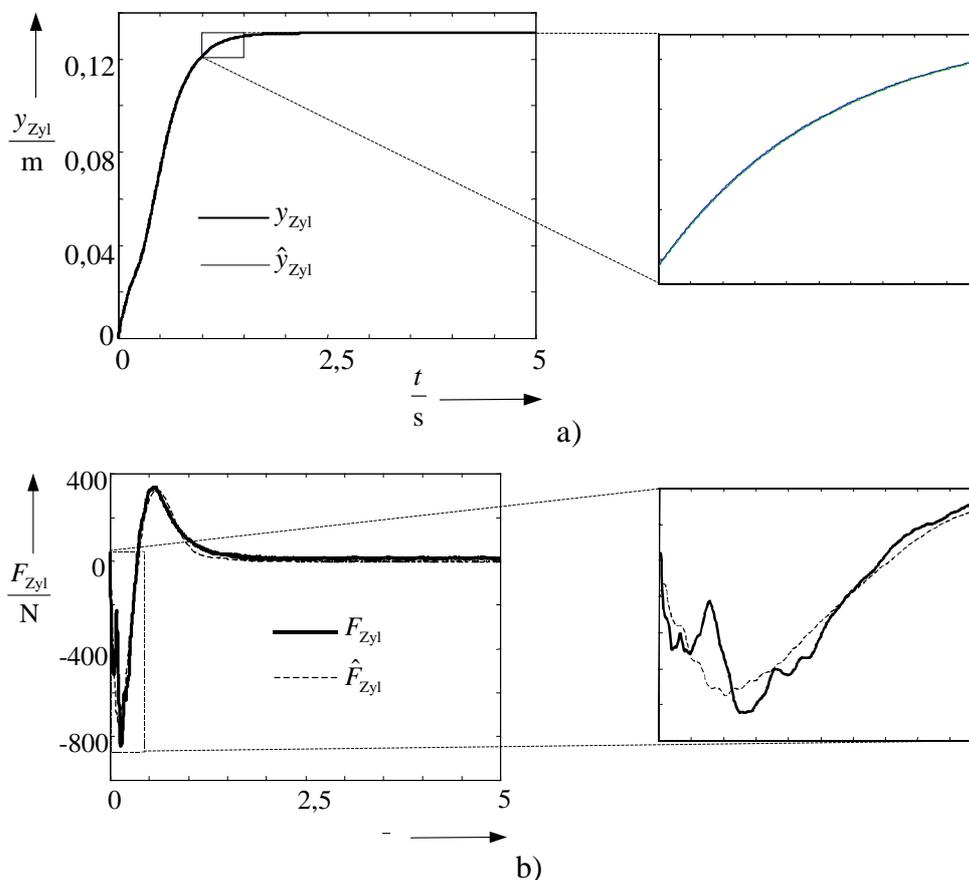
Zylinderkolbenkraft. Der dritte Zustand, die geschätzten Zylinderkolbenposition  $\hat{y}_{Zyl}$ , bildet die Differenz zur gemessenen Position und dient damit der Rückführung in den Beobachter.

## 4.2 Schätzung ohne Rückführung in das Regelgesetz

Ein erstes experimentelles Ergebnis zeigt die Kolbenkraftschätzung, ohne dass sie wieder dem Regelungskonzept zurückgeführt wird. Dabei vollzieht der Federfußpunkt einen Sprung von

$$y_0(k) = \begin{cases} 0 & \forall k < 0 \\ 0,13 & \forall k \geq 0, \end{cases} \quad (4.1)$$

so dass 50% des Arbeitsbereiches abgedeckt sind.

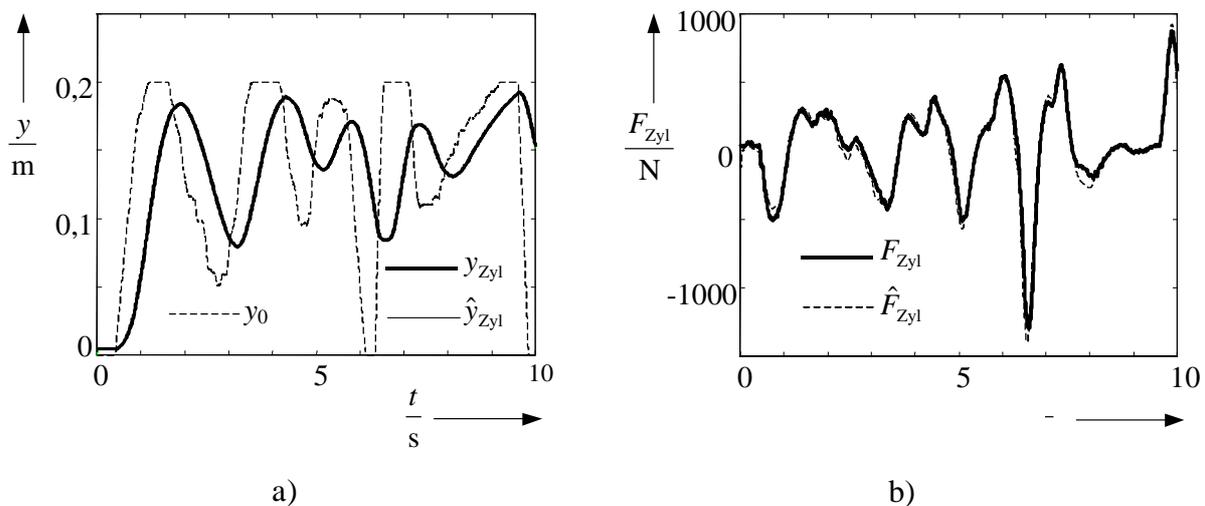


**Bild 4.3:** Zustandsbeobachter bei Sprung des Federfußpunktes

- a) Zylinderkolbenposition gemessen und geschätzt
- b) Zylinderkolbenkraft gemessen und geschätzt

Das Bild 4.3a zeigt den dazugehörigen gemessenen Positionsverlauf  $y_{Zyl}$  sowie die geschätzte Zylinderkolbenposition  $\hat{y}_{Zyl}$ , mit der die Differenz zur gemessenen Position gebildet wird und damit der Rückführung in den Beobachter dient. Eine Ausschnittvergrößerung lässt lediglich eine geringe Abweichung der beiden Größen erkennen. Auch die

gemessene Kraft  $F_{\text{Zyl}}$  und geschätzte Zylinderkolbenkraft  $\hat{F}_{\text{Zyl}}$ , in Bild 4.3b dargestellt, zeigen eine gute Übereinstimmung. Lediglich beim starken Beschleunigen des Zylinders treten größere Abweichungen auf, wie dies der Ausschnitt zeigt. Dies ist bedingt durch das einfache Armmodell, welches nur die erste Eigenfrequenz abbildet. Bei dem hier betrachteten Arm agieren anfangs jedoch auch höhere Eigenfrequenzen. Durch die fehlende Modellierung können die Kraftanteile hervorgerufen durch die höheren Frequenzen daher auch nicht geschätzt werden. Dennoch spiegelt die Schätzung eine ausreichende Genauigkeit wieder, so dass dieses Konzept insbesondere zur Fehlererkennung von Nutzen ist.



**Bild 4.4:** Zustandsbeobachter bei willkürlicher Vorgabe des Federfußpunktes

- a) Federfußpunkt, gemessene und geschätzte Zylinderkolbenposition
- b) Zylinderkolbenkraft gemessen und geschätzt

In Bild 4.4a ist die gemessene und geschätzte Bewegung des Zylinders, für einen beliebig gewählten Federfußpunktverlauf aufgetragen, der mehr als 80% des Arbeitsspektrums abdeckt. Auch hier ist keine Abweichung zwischen dem gemessenen und geschätzten Positionsverlauf zu erkennen, da dieser Fehler zurückgeführt wird. Die mittels des Beobachters geschätzte Zylinderkolbenkraft sowie der gemessene Verlauf stellt Bild 4.4b dar. Die qualitative Schätzung ist sehr gut und folgt dem tatsächlichen Kraftverlauf fast exakt. Lediglich der quantitative Verlauf stimmt an manchen Zeitpunkten nicht überein. Dies hängt aber vielmehr mit einem nicht konstanten Offset des Kraftaufnehmers zusammen, d. h. der Nullpunkt des Sensors ist nicht konstant und schwankt in einem Bereich von  $\pm 1\%$  des Messbereiches. Bei dem hier verwendeten Kraftsensor, mit einem Messbereich von  $\pm 7500$  N, liegt immerhin ein Fehler von  $\pm 75$  N vor. Im Vergleich zu der Schätzung beim Federfußpunktsprung (Bild 4.3), erfolgt hier eine bessere Bewertung der Kolbenkraft, da die höheren Frequenzen des Armes an dieser Stelle nicht stark angeregt werden, was dem Modell des Ersatzsystems für den elastischen Arm sehr Nahe kommt.

### 4.3 Regelung mit Rückführung der Schätzkraft

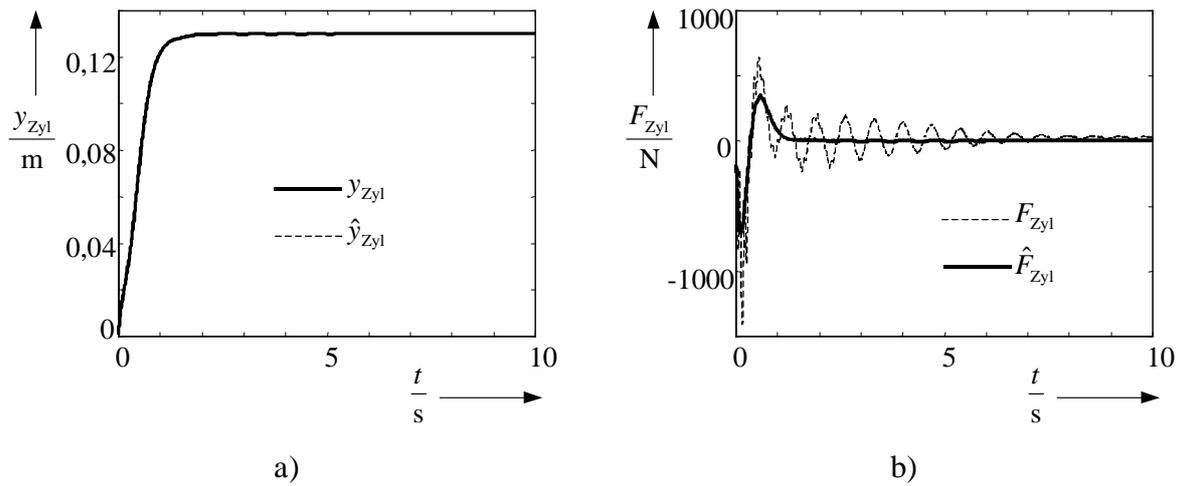
Die folgenden Ausführungen zeigen die experimentellen Ergebnisse, bei Rückführung der geschätzten Zylinderkolbenkraft in das Regelungskonzept. Das Prinzip des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes prägt dem Zylinder das Verhalten eines solchen mechanischen Elementes auf. Dabei wird eine Sollgeschwindigkeit generiert

$$\dot{y}_{\text{Zyl,soll}} = -\frac{F_{\text{Zyl}} - c(y_0 - y_{\text{Zyl}})}{d}, \quad (4.2)$$

die aus der Bewegungsgleichung des Feder-Dämpfer-Elementes resultiert. Ein geeigneter Geschwindigkeitsregler realisiert dann das Verhalten (Bernzen 1999, Nissing u.a. 1999). Die geschätzte Zylinderkolbenkraft wird jetzt in der Form zurückgeführt, dass für die Generierung der Sollgeschwindigkeit

$$\dot{y}_{\text{Zyl,soll}}(k) = -\frac{\hat{F}_{\text{Zyl}}(k) - c(y_0(k) - y_{\text{Zyl}}(k))}{d} \quad (4.3)$$

gilt. Für den Federfußpunktsprung aus Gl.(4.1) ist in Bild 4.5a die gemessene und geschätzte Position des Zylinders aufgetragen. Im Vergleich zu Bild 4.3a ist keine wesentliche Abweichung zu erkennen. Eine deutliche Differenz zeigt aber der Vergleich der Zylinderkolbenkräfte in Bild 4.5b. Hier zeigt sich, dass die aus dem Beobachterkonzept berechnete Schätzkraft nicht dem Regelungskonzept zurückgeführt werden kann, da sich die auftretenden Fehler summieren. Während die geschätzte Kraft schon wieder abgeklungen ist, ist bei der gemessenen Belastung noch eine deutliche, wenn auch leicht gedämpfte Schwingung (durch innere Dämpfung hervorgerufen), erkennbar. Eine Dämpfung durch das Regelungskonzept kann an dieser Stelle nicht erfolgen, da die beobachtete Kraft konstant und auch die Abweichung zwischen Federfußpunkt  $y_0$  und Position  $y_{\text{Zyl}}$  konstant ist. Damit steht Gl.(4.3) im Gleichgewicht, so dass kein Eingreifen des Reglers stattfindet.



**Bild 4.5:** Zustandsbeobachter bei Sprung des Federfußpunktes

a) Zylinderkolbenposition gemessen und geschätzt

b) Zylinderkolbenkraft gemessen und geschätzt

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Forschungsbericht erfolgt die Abschätzung der Zylinderkolbenkraft eines geregelten hydraulisch betriebenen elastischen Roboters. Die Regelung zur Schwingungsdämpfung geschieht, unter Einsatz von Sensoren, mit dem sogenannten Prinzip des virtuellen Feder-Dämpfer-Elementes. Der Aktuator verhält sich dabei, mit der Verwendung einer geeigneten Regelung, wie ein solches mechanisches Element. Ein Kraftsensor, der die Belastung zwischen elastischen Arm und Hydraulikzylinder misst, ist dabei unerlässlich. Dieser ist zum einen jedoch kostenintensiv, zum anderen ist er aufwendig zu implementieren. Dies führt auf die Anwendung eines Beobachters, dessen Auslegung und Erprobung diesen Bericht bildet.

Für die Beobachterausslegung und Analyse ist ein Systemmodell notwendig. Dabei setzt sich das hier betrachtete Gesamtmodell aus Aktuator und Arm zusammen. Der geregelte Zylinder verhält sich wie ein lineares Feder-Dämpfer-Element und der elastische Arm ist in einem ersten Ansatz durch das Differentialgleichungssystem eines Masse-Feder-Dämpfer-Elementes ausreichend genau beschrieben. Das Gesamtsystemmodell ist wiederum durch ein lineares Zustandsmodell beschrieben, so dass die Eigenschaft der Beobachtbarkeit nach Kalman überprüft werden kann. Der Abschnitt 2 zeigt, dass diese Eigenschaft für reale Systeme erfüllt ist und damit das Gesamtsystem vollständig beobachtbar ist. Der nächste Abschnitt zeigt die Grundlagen eines linearen zeitkontinuierlichen Zustandsbeobachters. Die Transformation in einen zeitdiskreten Beobachter erlaubt die Implementierung an einer realen Anlage, die durch einen Digitalrechner angesteuert ist. Die experimentellen Ergebnisse zeigen eine gute Schätzung der Kraft, wenn diese nicht dem Regelungskonzept zurückgeführt wird. Lediglich bei einem Sollwertsprung, wo auch höhere Frequenzen des Armes angeregt werden, treten kleine Abweichungen zwischen gemessener und geschätzter Kraft auf. Dies bedingt das einfache Armmodell, welches nur die erste Eigenfrequenz abbildet. Führt man die geschätzte Kraft dem Regelungskonzept zurück, so treten jedoch deutliche Differenzen auf. Der Beobachterentwurf kann also nur zur Erkennung von Fehlern dienen, indem der gemessene Wert mit dem des geschätzten Wertes abweicht. Dieser Aufwand ist dennoch gerechtfertigt, da für Roboter, bei denen sich Menschen in der unmittelbaren Arbeitsumgebung befinden, eine Fehlererkennung unbedingt notwendig ist.

Eine Erweiterung stellt ein ALS-Beobachter dar, bei dem die nichtlinearen Systemgleichungen des Hydraulikzylinders mit in das Konzept einfließen. Der Vorteil liegt darin, dass eine Zylinderkolbenkraftschätzung auch für den unregelmäßigen Zylinder möglich ist. Weiterhin ist denkbar einen weiteren Zustand dem Beobachter zurückzuführen, z. B. einen Zylinderkammerdruck. Dies kann ein Aufaddieren des Fehlers zwischen realer und geschätzter Größe verhindern.

## 6 Literaturverzeichnis

- Alberts, T. E., H. Xia und Y. Chen.** 1992. Dynamic analysis to evaluate viscoelastic passive damping augmentation for the space shuttle manipulator system. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 114. 468-475.
- Bernzen, W.** 1999. *Zur Regelung elastischer Roboter mit hydrostatischen Antrieben*. Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 8. Nr. 788. Düsseldorf: VDI.
- Canudas de Wit, C., B. Siciliano und G. Bastin (Eds.).** 1996. *Theory of Robot Control*. Berlin: Springer.
- Deckers, J., D. Nissing und R. Schwarz.** 2000. Erprobung neuer Regelungskonzepte zur aktiven Schwingungsdämpfung am Beispiel eines Schmiederoboters. *VDI Tagung: Mechatronik – Mechanisch/Elektrische Antriebstechnik*. Wiesloch. (angenommener Beitrag).
- Haarhoff, S.** 1999. *Parameteridentifikation eines Ersatzmodells für einen zeitvarianten elastischen Roboterarm*. Diplomarbeit. Fachgebiet Mess-, Steuer- und Regelungstechnik. Universität Duisburg.
- Jelali, M.** 1997. *Über die nichtlineare Approximation und Zustandsschätzung zeitkontinuierlicher dynamischer Prozesse*. Fortschritt-Berichte VDI. Reihe 8. Nr. 636. Düsseldorf: VDI.
- Kalman, R. E., P. L. Falb und M. A. Arbib.** 1969. *Topics in Mathematical System Theory*. New York: McGraw-Hill.
- Luenberger, D. G.** 1964. Observing the state of a linear system. *IEEE Tr. MIL-8*. 74-80.
- Nijmeijer, H. und T.I. Fossen (Eds).** 1999. *New Directions in Nonlinear Observer Design*. Lecture Notes in Control and Information Science 244. Berlin: Springer.
- Nissing, D.** 1999. *Parameterstudien an einem virtuellen Feder-Dämpfer-Element*. Forschungsbericht Nr. 03/99. Fachgebiet Mess-, Steuer- und Regelungstechnik. Universität Duisburg.
- Nissing, D.** 2000. A vibration damped flexible robot: Identification and parameter optimization. *American Control Conference, 2000*. Chicago, Illinois, USA. (angenommener Beitrag).
- Nissing, D., W. Bernzen und H. Schwarz.** 1999. On vibration control of a concrete pump. *Proceeding of European Control Conference (ECC'99)*. Karlsruhe. F1058-2.
- Nissing, D. und J. Polzer.** 2000. Parameter identification of a substitution model for a flexible link. *System Identification Symposium 2000 (SYSID 2000)*. Santa Barbara, CA, USA. (angenommener Beitrag).

- Ogata, K.** 1987. *Discrete-Time Control Systems*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Polzer, J.** und **D. Nissing.** 1999. Estimator of sensor output for flatness based tracking and vibration control. *1st IFAC-Conference on Mechatronic Systems*. Darmstadt. (eingereichter Beitrag).
- Sadri, A. M., R. J. Wynne** und **A. S. Cherry.** 1996. Modelling and control of active damping for vibration suppression. *UKACC Int. Conference on CONTROL '96*. Conference Publication No. 427. University of Exeter, UK. 1137-1142.
- Schwarz, H.** 1999. *Einführung in die Systemtheorie nichtlinearer Regelungen*. Aachen: Shaker.
- Schwarz, H.** 1996. *Regelungstechnik – Einführung in die Theorie dynamischer Systeme*. Vorlesungsumdruck zur gleichnamigen Vorlesung. Fachgebiet Mess-, Steuer- und Regelungstechnik. Universität Duisburg.
- Sciavicco, L.** und **B. Siciliano.** 1996. *Modeling and Control of Robot Manipulators*. New York: McGraw-Hill.
- Slotine, J.-J. E.** und **W. Li.** 1991. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs. Prentice Hall.
- Wey, T.** 1998. Modeling and observer design for hydraulic cylinders. *6th IEEE Mediterranean Conference on Control and Systems*. Alghero, Sardinien, Italien. 66-71.